

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี วิทยาเขตภาคตะวันออกเฉียงเหนือ นครราชสีมา

การสอบกลางภาค ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 ข้อสอบวิชาแคลคูลัส 2 สำหรับวิศวกร รหัสวิชา 13-011-142

สำหรับนักศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ทุกสาขา สอบวันจันทร์ที่ 26 ธันวาคม พ.ศ.2548 เวลา 8.00-10.40 น.

คำชี้แจง 1. ข้อสอบมีสองตอน

ตอนที่ 1 เป็นแบบอัตนัย แสดงวิธีทำทุกข้อลงในสมุดสอบที่แจกให้ เขียนเส้นแบ่งแยกข้อให้ชัดเจน

มีทั้งหมด 10 ข้อ โดย คะแนนเต็มแต่ละข้อปรากฏข้างท้ายข้อนั้นๆ

ตอนที่ 2 เป็นแบบเติมเฉพาะผลเฉลยที่ถูกต้อง มีทั้งหมด 10 ข้อๆละ 10 คะแนน

3. ห้ามนำเอกสารหรือวัสดุอื่นใดที่มีสูตรการคำนวณทางคณิตศาสตร์เข้าห้องสอบ

ตอนที่ 1 แสดงวิธีทำทุกข้อลงในสมุดสอบที่แจกให้ ชัดเส้นคั่นแต่ละข้อให้ชัดเจน

1. จงแสดงกราฟของโค้งที่กำหนดโดยฟังก์ชันเชิงเวกเตอร์ $\vec{r}(\theta) = a \sin \theta \vec{i} + a \cos \theta \vec{j} + \theta \vec{k}$

เมื่อ $\theta \geq 0, a > 0$ โดยสังเขป (25 คะแนน)

2. กำหนดให้ $\vec{r}(\theta) = \sqrt{3} \cos \theta \vec{i} + \sqrt{3} \sin \theta \vec{j} + \theta \vec{k}$ จงหา $\vec{T}, \vec{N}$ และ $\vec{B}$ (35 คะแนน)

3. กำหนดให้ $\vec{r}(t) = (e^t \sin t, \arctan t, t^2 - 3t + 8)$ จงหาค่าความโค้ง (κ) และรัศมีความโค้ง (ρ)

ที่ $t = 0$ (30 คะแนน)

4. จงพิจารณา การผ่านขั้ว การสมมาตรของกราฟเมื่อเทียบกับ จุดขั้ว แกนขั้ว และ เส้นตรง $\theta = \frac{\pi}{2}$ เมื่อ

กำหนดสมการเส้นโค้งในระบบพิกัดเชิงขั้วเป็น $r = 2 \cos 2\theta$ (25 คะแนน)

5. จงแสดงกราฟในปริภูมิสามมิติในระบบพิกัดฉากที่กำหนดโดยสมการ $4x^2 - 9y^2 + z^2 = 36$

โดยพิจารณา จุดตัดบนแกนพิกัด รอยตัดบนระนาบพิกัด และระนาบที่ขนานกับระนาบพิกัด พร้อมบอกชื่อของผิว

(35 คะแนน)

6. กำหนดให้ $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + 4x^2y^2 + 2x^2 + 8y^2}{x^2 + 4y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 4k + 3, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

จงพิจารณาว่า ถ้าฟังก์ชัน f ดังกล่าวมีความต่อเนื่องที่ จุด $(0, 0)$ แล้วจงหาค่าของ k (25 คะแนน)

7. กำหนดให้ $f(x, y) = xy^3 + x^3 - 4xy + 5y - 6$ จงหา $f_x(x, y)$ และ $f_y(x, y)$ โดยใช้ नियาม

(30 คะแนน)

8. จงหา $\frac{\partial z}{\partial x}$ เมื่อ $\ln(x^2yz) + \sin^2(xz) - x^3e^{xy} = \sec(x^2y) - 3$ (25 คะแนน)

9. กำหนดให้ $w = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + \ln(x \sin(yz)) + \tan(xy^2)$ จงหา $\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y \partial z}$ (35 คะแนน)

10. กำหนดให้ $u^2 + 3v^4 = 2s - 3t^2 + 5$

$3u + 2v^3 = 5s^2 + 2t - 3$ จงหา $\frac{\partial u}{\partial t}$ และ $\frac{\partial v}{\partial s}$ (35 คะแนน)

ตอนที่ 2 เติมเฉพาะผลเฉลยที่ถูกต้อง ลงในช่องว่างที่กำหนดให้ในข้อสอบ

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว.....

อาจารย์ผู้สอน ☐ อภิญา ทิการ ☐ บุญตา ช่วยมาก ☐ สมใหม่ สิริเสถียรวัฒนา

☐ จลอง สวัสดิ์ ☐ อคาศดา มั่นดี ☐ สายธาร เทนอิสสระ

สาขาวิชา ☐ CE.1/4ป. ☐ CE.2/3 ป. ☐ CE.2/3 ส. ☐ CPE.2/3ป. ☐ CPE.2/3ส. ☐ PPE1/4 ป.

☐ AME.1/4ป. ☐ AME.2/3ป. ☐ ME.1/4ป. ☐ ME.2/3ป. ☐ ME.2/3ส. ☐ EE1/4 ป. ☐ EE2/3 ป.

☐ EE2/3 ส. ☐ IE.1/4 ป. ☐ IE.2/3 ป. ☐ IE.2/3 ส. ☐ TE.1/4 ป. ☐ TE.2/3 ป. ☐ TE.2/3 ส.

สำหรับอาจารย์ผู้สอน

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	เติมคำ	รวม
คะแนน												

ข้อที่ 1. ให้ $\vec{A}(t) = (2 \cos t, \ln(t+1), t^2 + 1)$ และ $\vec{B}(t) = (e^t, \sin t, t - 1)$ แล้ว $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{A}(t) \bullet \vec{B}(t)) = \dots\dots$

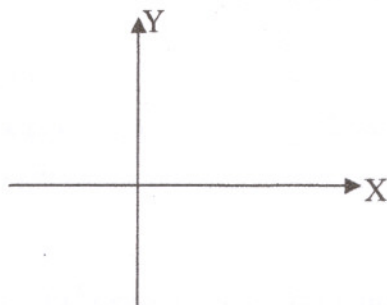
2. ให้ $\vec{r}(t) = (\ln t^2, \sin e^t, t^3)$ และ $\vec{r}'(t) = (A, B, C)$ แล้ว $A = \dots\dots\dots$ และ $B = \dots\dots\dots$

3. ให้ $\vec{r}(t) = (\cos^2 t, \frac{1}{t+1}, \sin t)$ แล้ว $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \vec{r}(t) dt = \dots\dots\dots$

4. ความชันเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $r = 4 - 2 \sin \theta$ ที่ $\theta = \frac{\pi}{6}$ มีค่าเท่ากับ.....

5. ความยาวเส้นรอบรูปของกราฟ $r = a + a \cos \theta, a > 0$ มีค่าเท่ากับ.....หน่วย

6. จงแสดงบริเวณโดเมนของฟังก์ชัน $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}$ บนระนาบ XY ที่กำหนดต่อไปนี้



7. ถ้า $f(x, y) = x^2 e^{\sin y} + y^2 x - 5$ แล้ว $f_x(1, 0) + 2f_y(0, 0) = \dots\dots\dots$

8. ถ้า $f(x, y, z) = \ln(x^2 + z^2) + xy \cos^2 z$ แล้ว $f_x(1, 1, 0) + f_y(1, 1, 0) + f_z(1, 1, 0) = \dots\dots\dots$

9. ถ้า $w = \ln(x^2 + 2y - 3z)$, $x = r^2 + 6t$, $y = 3r + 2 \sin 2t$ และ $z = re^{2t}$

แล้ว ขณะที่ $r = 2, t = 0$ จะได้ว่า $\frac{\partial w}{\partial t} = \dots\dots\dots$

10. การใช้การประมาณค่าจากค่าเชิงอนุพันธ์รวมของ $\sqrt{(11.99)^2 + (5.02)^2} \approx \dots\dots\dots$